

Passaggi di stato e mescolanze

Quanta energia serve per fondere, per far bollire, e dove va a finire?

Fisica · 3A · 20/10/2026

Un mocktail, del ghiaccio e un numero

(slide 2)

Ecco una domanda da bar, e vorrei che restasse aperta fino alla fine della lezione. Perché i barman mettono tanto ghiaccio nei cocktail? Per darti meno bevanda, o c'è un motivo fisico? Vediamo che cosa dice la fisica, con un mocktail, cioè un cocktail analcolico, così non entra in gioco l'alcol. Sono 20 cl, circa 0,20 kg, a temperatura ambiente: 27°C, cioè 300 K. Il ghiaccio esce dal congelatore a -18°C , in cubetti di circa 20 g ciascuno. Vogliamo che il ghiaccio raffreddi la bevanda *senza fondere tutto*, altrimenti la bevanda si annacqua. Quanti cubetti servono perché qualcuno sopravviva? Trascurate il bicchiere e l'ambiente.

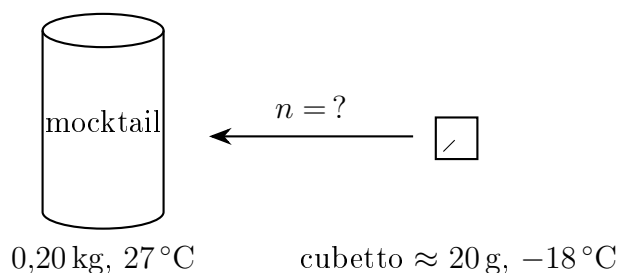


Figura 1: La domanda: quanti cubetti? Schema non in scala.

Prima di andare avanti

Prima di fare qualsiasi fisica, fate una previsione: uno o due cubetti, tre, quattro, otto o più? Scrivete il vostro numero. Ci torneremo.

Per rispondere ci servono due cose che ancora non conosciamo abbastanza bene: quanta energia costa fondere il ghiaccio, e che cosa succede alla temperatura quando mettiamo insieme due corpi a temperature diverse. Cominciamo dalla prima.

Riscaldare a potenza costante

(slide 3)

Prendiamo 1 kg di ghiaccio a -20°C e scaldiamolo con un riscaldatore a potenza costante, diciamo 1000 W, in modo che non si disperda energia nell'ambiente. Ogni secondo il riscaldatore fornisce 1000 J: un kilojoule di energia è quindi un secondo di riscaldamento. La Figura 2 mostra la temperatura in funzione dell'energia fornita, disegnata in scala.

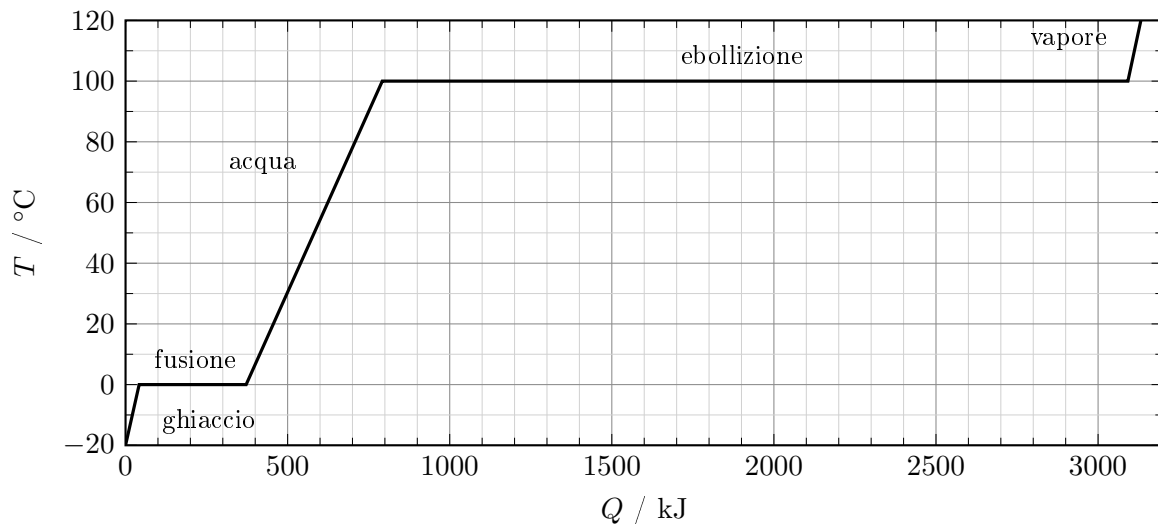


Figura 2: Temperatura di 1 kg di ghiaccio riscaldato a potenza costante, in funzione dell'energia fornita. Disegnata in scala.

Leggiamola in ordine. All'inizio il ghiaccio si scalda, da -20°C a 0°C . Poi la linea diventa orizzontale: la temperatura resta a 0°C mentre l'energia continua a entrare, e ghiaccio e acqua sono presenti insieme. Quando tutto il ghiaccio si è fuso, l'acqua si scalda da 0°C a 100°C . Poi arriva un altro plateau, molto più lungo: l'acqua bolle a 100°C . Solo quando è diventata tutta vapore la temperatura riprende a salire.

Prima di andare avanti

Durante un plateau la temperatura non cambia: il termometro resta fermo. Ma il riscaldatore è sempre acceso e continua a fornire 1000 J ogni secondo. L'energia continua a entrare e la temperatura non sale: dove va a finire?

Ricordiamo che la temperatura è legata all'energia cinetica media delle particelle. Se la temperatura non cambia, non cambia nemmeno l'energia cinetica media delle particelle. Quindi l'energia non fa muovere le particelle più in fretta. Va nella disposizione delle particelle: serve a vincere le attrazioni che le tengono in un solido rigido, o che le tengono insieme in un liquido. Quell'energia è stata fornita, ma il termometro non la mostra. Per questo si chiama calore *latente*, nascosto (*latent heat*).

Poiché il disegno è in scala, se ne possono leggere due cose. Primo, le pendenze: la linea del ghiaccio è circa due volte più ripida di quella dell'acqua, e così quella del vapore. La stessa energia fa salire la temperatura del ghiaccio il doppio di quella dell'acqua, perché il ghiaccio richiede circa metà dell'energia per kilogrammo per grado: $2100 \text{ J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$ contro $4200 \text{ J}/(\text{kg } ^\circ\text{C})$. Secondo, le lunghezze: il plateau di fusione occupa circa un decimo dell'intero asse orizzontale, il plateau di ebollizione quasi tre quarti.

Passo	Che cosa succede a 1 kg	Energia
1	il ghiaccio si scalda da $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	42 kJ
2	il ghiaccio fonde a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	330 kJ
3	l'acqua si scalda da $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$	420 kJ
4	l'acqua bolle a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$	2300 kJ
5	il vapore si scalda da $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $120\text{ }^{\circ}\text{C}$	40 kJ
	totale	3132 kJ

Una domanda decide la formula

(slide 4)

Abbiamo ora due situazioni diverse e due formule diverse. Quando la temperatura sta cambiando, l'energia va nel moto delle particelle, e

$$Q = m c \Delta T,$$

dove c è il calore specifico (*specific heat capacity*), in $\text{J}/(\text{kg } ^{\circ}\text{C})$, diverso per ghiaccio, acqua e vapore, e $\Delta T = T_{\text{finale}} - T_{\text{iniziale}}$. Quando lo stato sta cambiando a temperatura costante, l'energia va nella disposizione delle particelle, e

$$Q = m L,$$

dove L è il calore latente specifico (*specific latent heat*), in J/kg : L_f per fusione e solidificazione (*fusion*), L_v per ebollizione e condensazione (*vaporisation*).

La domanda da farsi prima di scrivere qualsiasi termine
--

La temperatura sta cambiando, o lo stato sta cambiando?

La calorimetria quantitativa di questo tipo va oltre il syllabus 0653: è un ampliamento.

Quanto sono grandi i calori latenti?

(slide 5)

In questa lezione usiamo valori arrotondati: $c_{\text{ghiaccio}} = 2100 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$, $c_{\text{acqua}} = 4200 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$, $c_{\text{vapore}} = 2000 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$, $L_f = 3,3 \times 10^5 \text{ J/kg}$, $L_v = 2,3 \times 10^6 \text{ J/kg}$.

Fondere costa meno o più che scaldare l'acqua di cento gradi? Fondere 1 kg di ghiaccio costa 330 kJ, e scaldare 1 kg di acqua da 0°C a 100°C costa 420 kJ: sono dello stesso ordine di grandezza. Fondere costa quanto scaldare la stessa acqua di circa 79°C . L'ebollizione è un'altra storia. Costa 2300 kJ, circa 5,5 volte l'energia per scaldare la stessa acqua da 0°C a 100°C , e circa 7 volte l'energia per fonderla. Quindi il calore latente più grande è quello di ebollizione, e di parecchio. Nella fusione le particelle diventano solo libere di scorrere l'una sull'altra; nell'ebollizione devono essere separate del tutto.

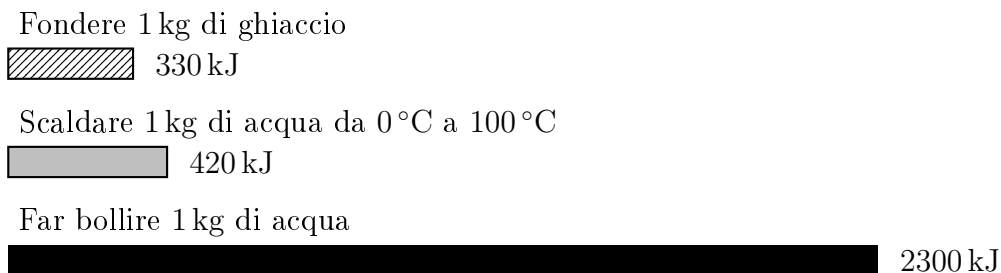


Figura 3: Energia necessaria per 1 kg: fusione, riscaldamento dell'acqua da 0°C a 100°C , ebollizione. Disegnata in scala.

Esempio svolto

(slide 6)

Quanta energia serve per trasformare 200 g di ghiaccio a -10°C in acqua a 30°C ? Il metodo è sempre lo stesso: un passo per riga, e per ogni passo ci chiediamo se la temperatura sta cambiando o se lo stato sta cambiando. Sempre $\Delta T = T_{\text{finale}} - T_{\text{iniziale}}$, e masse in kilogrammi.

$Q_1 = 0,20 \times 2100 \times 10 = 4200 \text{ J}$	il ghiaccio si scalda da -10°C a 0°C
$Q_2 = 0,20 \times 3,3 \times 10^5 = 66\,000 \text{ J}$	il ghiaccio fonde a 0°C
$Q_3 = 0,20 \times 4200 \times 30 = 25\,200 \text{ J}$	l'acqua si scalda da 0°C a 30°C

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 95\,400 \text{ J} \approx 95 \text{ kJ}.$$

La fusione è di gran lunga il termine più grande.

Tocca a voi: un passo alla volta

(slide 7)

1. Quanta energia serve per scaldare 250 g di acqua da 20°C a 70°C ?
2. Quanta energia serve per fondere 0,50 kg di ghiaccio che è già a 0°C ?
3. Quanta energia serve per far evaporare 100 g di acqua che è già a 100°C ?

Tocca a voi: il tempo, e una scottatura

(slide 8)

4. Un riscaldatore da 1000 W scalda 0,50 kg di ghiaccio, a partire da -20°C , senza perdite di energia. Quanto tempo passa finché: (a) il ghiaccio arriva a 0°C ; (b) tutto il ghiaccio è fuso; (c) l'acqua arriva a 100°C ; (d) tutta l'acqua è evaporata? Disegna la temperatura in funzione del tempo.

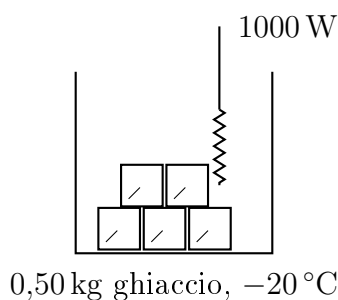


Figura 4: Esercizio 4: ghiaccio riscaldato da un riscaldatore da 1000 W. Schema.

5. 10 g di vapore a 100°C , oppure 10 g di acqua bollente a 100°C , finiscono sulla pelle e si raffreddano fino a 34°C . Confronta l'energia ceduta nei due casi.

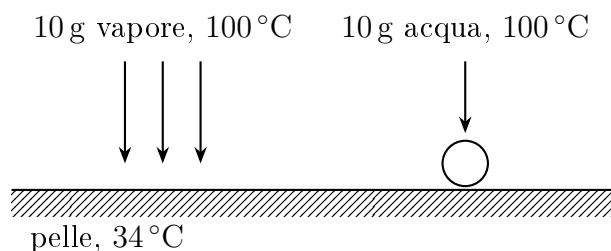


Figura 5: Esercizio 5: vapore o acqua bollente sulla pelle. Schema.

Mescolanze: uno cede, uno assorbe

(slides 9-10)

Mettiamo a contatto due corpi a temperature diverse, senza che nulla sfugga verso l'esterno. Tutto il calore che esce da un corpo entra nell'altro:

$$Q_{\text{ceduto}} = Q_{\text{assorbito}}.$$

Vediamo come si traduce questa frase, partendo dal corpo che si scalda. Il corpo 1 è il più freddo (massa m_1 , calore specifico c_1 , temperatura iniziale T_1); il corpo 2 è il più caldo (m_2 , c_2 , T_2). I due corpi finiscono alla stessa temperatura, la temperatura di equilibrio (*equilibrium temperature*) T_{eq} , con $T_1 < T_{\text{eq}} < T_2$: è l'incognita. La chiamiamo T_{eq} , e non «temperatura finale», perché non si confonda con il «finale» di $\Delta T = T_{\text{finale}} - T_{\text{iniziale}}$.

Il corpo freddo si scalda e assorbe energia. La sua temperatura sale da T_1 a T_{eq} , e l'energia assorbita è, esattamente come in tutte le formule viste finora, finale meno iniziale:

$$Q_{\text{assorbito}} = m_1 c_1 (T_{\text{eq}} - T_1).$$

Il corpo caldo si raffredda e cede energia. La sua temperatura scende da T_2 a T_{eq} . Finale meno iniziale darebbe $T_{\text{eq}} - T_2$, che è negativo; ma l'energia ceduta è una quantità positiva, quindi lo rovesciamo:

$$Q_{\text{ceduto}} = m_2 c_2 (T_2 - T_{\text{eq}}).$$

Notate che qui T_{eq} compare al secondo posto: non è un errore, è il rovesciamento. La T_{eq} è la stessa nelle due parentesi, perché è la temperatura a cui arrivano entrambi i corpi. Sostituiamo le due espressioni nell'uguaglianza:

$$m_1 c_1 (T_{\text{eq}} - T_1) = m_2 c_2 (T_2 - T_{\text{eq}}).$$

Questa equazione è già corretta e basta per risolvere. Ma ha un difetto: i due corpi sono scritti con regole diverse, «finale meno iniziale» per uno e «iniziale meno finale» per l'altro, e con tre corpi diventa facile sbagliare. Usiamo allora *una sola regola per tutti*, sempre finale meno iniziale, con la temperatura di equilibrio come temperatura finale di ogni corpo:

$$Q = m c (T_{\text{eq}} - T_{\text{iniziale}}).$$

Per il corpo freddo non cambia nulla: $Q_1 = m_1 c_1 (T_{\text{eq}} - T_1)$ è positivo ed è proprio $Q_{\text{assorbito}}$. Per il corpo caldo invece

$$Q_2 = m_2 c_2 (T_{\text{eq}} - T_2) = -m_2 c_2 (T_2 - T_{\text{eq}}) = -Q_{\text{ceduto}}.$$

Ecco da dove viene il meno. Con la regola «finale meno iniziale» $T_{\text{eq}} - T_2$ è negativo, perché il corpo si raffredda, quindi Q_2 è negativo: è l'energia ceduta vista dal corpo stesso, che l'ha persa, ed è l'opposto della quantità positiva Q_{ceduto} . Il meno non lo abbiamo aggiunto: è già dentro $(T_{\text{eq}} - T_2)$. Sostituiamo $Q_{\text{ceduto}} = -Q_2$ in $Q_{\text{ceduto}} = Q_{\text{assorbito}}$:

$$-Q_2 = Q_1 \implies Q_1 + Q_2 = 0 \quad \left(\sum Q = 0 \right).$$

Portando $-Q_2$ dall'altra parte dell'uguale il segno cambia di nuovo, e resta $Q_1 + Q_2 = 0$: il meno di Q_2 , che è negativo, e il meno dovuto al cambio di membro si sono compensati. Il risultato è una sola equazione, senza valori assoluti e senza decidere chi cede e chi assorbe, perché i segni lo dicono da soli. Funziona altrettanto bene con tre corpi: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$.

Esempio svolto: acqua calda in acqua fredda

(slide 11)

0,20 kg di acqua a 80 °C vengono versati in 0,30 kg di acqua a 20 °C. Qual è la temperatura di equilibrio? Prima di ogni calcolo possiamo dire dove sarà: tra 20 °C e 80 °C, e più vicina a 20 °C, perché c'è più acqua fredda. Entrambi i corpi finiscono alla stessa T_{eq} . L'acqua fredda è il corpo 1, l'acqua calda il corpo 2.

Prima scrittura, con ceduto e assorbito, ciascuno positivo:

$$\underbrace{0,20 \cdot 4200 (80 - T_{eq})}_{Q_{ceduto}} = \underbrace{0,30 \cdot 4200 (T_{eq} - 20)}_{Q_{assorbito}}.$$

Seconda scrittura, con la regola unica «finale meno iniziale» e $\sum Q = 0$, partendo dal corpo freddo:

$$\underbrace{0,30 \cdot 4200 (T_{eq} - 20)}_{Q_1 > 0} + \underbrace{0,20 \cdot 4200 (T_{eq} - 80)}_{Q_2 < 0} = 0.$$

Sono la stessa equazione: la seconda si ottiene dalla prima portando il termine ceduto dall'altra parte dell'uguale e osservando che $-(80 - T_{eq}) = T_{eq} - 80$. Il calore specifico è lo stesso e si semplifica:

$$0,30 (T_{eq} - 20) + 0,20 (T_{eq} - 80) = 0 \Rightarrow 0,50 T_{eq} = 22 \Rightarrow T_{eq} = 44 \text{ °C}.$$

È tra 20 °C e 80 °C, più vicina a 20 °C: il controllo funziona. Con i numeri: $Q_{ceduto} = 0,20 \cdot 4200 \cdot 36 = 30\,240 \text{ J}$ e $Q_{assorbito} = 0,30 \cdot 4200 \cdot 24 = 30\,240 \text{ J}$.

Quando c'è il ghiaccio: prima il bilancio

(slide 12)

Se uno dei corpi è ghiaccio, nell'equazione c'è una trappola: non sappiamo in anticipo se il ghiaccio fonde completamente, solo in parte, o per niente, e il termine di fusione va scritto solo se è avvenuta. Quindi, prima di qualsiasi equazione, facciamo il *bilancio*: quanta energia può cedere il corpo caldo raffreddandosi fino a 0 °C? Quanta ne richiede il ghiaccio per scaldarsi fino a 0 °C, e poi per fondere completamente?

Ci sono tre finali possibili. Se il corpo caldo può pagare tutto, tutto il ghiaccio fonde, $T_{eq} > 0 \text{ °C}$, e $\sum Q = 0$ contiene un termine di fusione. Se può pagare il riscaldamento del ghiaccio ma non la fusione di tutto, fonde solo una parte del ghiaccio e la miscela resta a $T_{eq} = 0 \text{ °C}$, con del ghiaccio che sopravvive. Se non riesce nemmeno a portare il ghiaccio a 0 °C, il ghiaccio non fonde per niente, $T_{eq} < 0 \text{ °C}$ e non c'è alcun termine di fusione. Solo a questo punto scriviamo $\sum Q = 0$, per quel solo finale, e la risolviamo. Alla fine controlliamo che T_{eq} stia nell'intervallo che quel finale permette.

Il mocktail e il ghiaccio: il bilancio in azione

(slide 13)

Proviamolo con il mocktail: 0,20 kg a 27°C , e quattro cubetti, cioè 80 g di ghiaccio a -18°C . Raffreddandosi fino a 0°C il mocktail può cedere $0,20 \times 4200 \times 27 = 22\,680\text{ J}$. Il ghiaccio richiede $0,080 \times 2100 \times 18 = 3024\text{ J}$ per scaldarsi fino a 0°C , e $0,080 \times 3,3 \times 10^5 = 26\,400\text{ J}$ per fondere tutto: in totale $29\,424\text{ J}$, più di quanto il mocktail possa dare. Il ghiaccio non fonde tutto. Dopo aver pagato il riscaldamento restano $22\,680 - 3024 = 19\,656\text{ J}$ per la fusione, quindi la massa fusa è $19\,656 / 3,3 \times 10^5 \approx 0,060\text{ kg}$: fondono circa 60 g e ne sopravvivono circa 20 g. La temperatura di equilibrio è $T_{\text{eq}} = 0^\circ\text{C}$, e l'acqua di fusione è circa $60 / (200 + 60) \approx 23\%$ della bevanda.

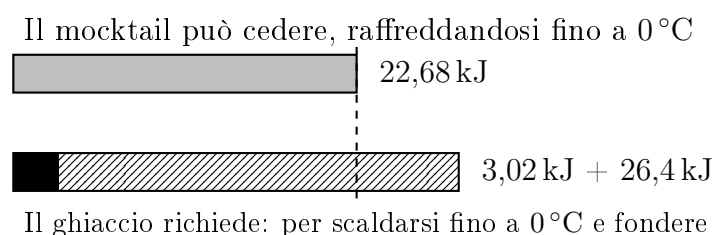


Figura 6: Il bilancio per il mocktail con quattro cubetti (80 g) di ghiaccio a -18°C . Disegnato in scala; linea tratteggiata: quanto può cedere il mocktail.

Prima di andare avanti

Lo stesso mocktail, ma ora con otto cubetti, cioè 160 g di ghiaccio a -18°C . Qual è la temperatura di equilibrio? Quanto ghiaccio sopravvive, e quanta acqua si aggiunge alla bevanda?

Il bilancio risponde. Il mocktail può cedere sempre $22\,680\text{ J}$. Il ghiaccio richiede $0,16 \times 2100 \times 18 = 6048\text{ J}$ solo per scaldarsi, il che lascia $22\,680 - 6048 = 16\,632\text{ J}$ per la fusione. Fondere tutto il ghiaccio richiederebbe $0,16 \times 3,3 \times 10^5 = 52\,800\text{ J}$, molto di più. Quindi il ghiaccio fonde solo in parte, $T_{\text{eq}} = 0^\circ\text{C}$, e la massa fusa è $16\,632 / 3,3 \times 10^5 \approx 0,050\text{ kg}$: circa 50 g fondono e circa 110 g sopravvivono. L'acqua di fusione è $50 / (200 + 50) = 20\%$ della bevanda: con il doppio dei cubetti la bevanda si annacqua un po' *meno*, perché c'è più ghiaccio da scaldare da -18°C a 0°C e resta meno energia per fondere.

Tocca a voi: mescolanze

(slide 14)

6. Un blocco di metallo di massa $0,30\text{ kg}$ a 100°C viene lasciato cadere in $0,50\text{ kg}$ di acqua a 20°C . La temperatura di equilibrio è 25°C . Trova il calore specifico del metallo. Di quale metallo potrebbe trattarsi?

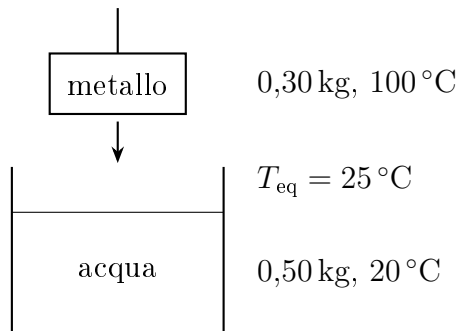


Figura 7: Esercizio 6: un blocco di metallo caldo cade nell'acqua. Schema.

7. $0,20\text{ kg}$ di tè a 80°C . Confronta l'aggiunta di 50 g di ghiaccio a 0°C con l'aggiunta di 50 g di acqua a 0°C : qual è la temperatura di equilibrio nei due casi?

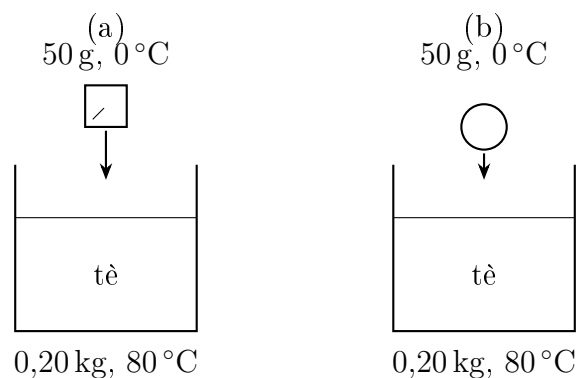


Figura 8: Esercizio 7: (a) ghiaccio aggiunto al tè; (b) acqua fredda aggiunta al tè. Schema.

Tocca a voi: fonde tutto? Il vapore come riscaldatore

(slide 15)

8. 0,50 kg di acqua a 20°C vengono versati su 0,40 kg di ghiaccio a 0°C in un contenitore isolato. Che cosa c'è nel contenitore alla fine, e a quale temperatura?

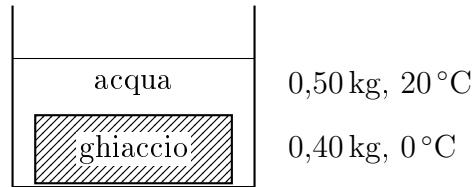


Figura 9: Esercizio 8: acqua versata sul ghiaccio in un contenitore isolato. Schema.

9. Una macchina per il caffè soffia 20 g di vapore a 100°C in 200 g di latte a 5°C . Tratta il latte come acqua. Qual è la temperatura di equilibrio?

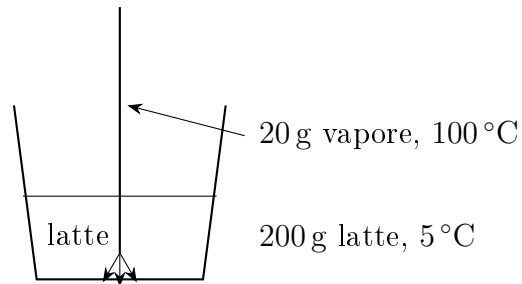


Figura 10: Esercizio 9: vapore soffiato nel latte. Schema.

Quella dei Reels: la lava sul ghiaccio

(slides 16–17)

Un kilogrammo di lava a 1100°C cade su un blocco di ghiaccio di massa 100 kg a -10°C . Supponi che il contatto sia perfetto e che non sfugga energia. Prendi il calore specifico della lava pari a circa $1000\text{ J}/(\text{kg }^{\circ}\text{C})$ e trascura la sua solidificazione.

Prima di andare avanti
Quando non cambia più nulla, quanto ghiaccio è fuso: tutto, una parte, o niente?

10. Trova la temperatura di equilibrio e la massa di ghiaccio che fonde. Comincia dal bilancio.

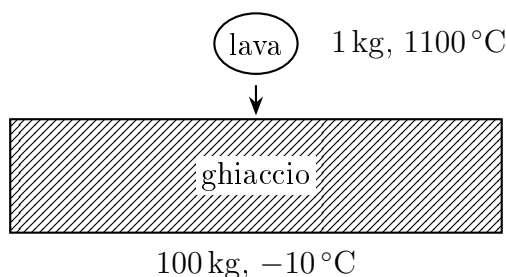


Figura 11: Esercizio 10: lava su un blocco di ghiaccio. Schema.

Il bilancio dà la risposta prima di qualsiasi equazione. Raffreddandosi fino a 0°C la lava può cedere $1 \times 1000 \times 1100 = 1100\text{ kJ}$. Il ghiaccio richiede $100 \times 2100 \times 10 = 2100\text{ kJ}$ solo per arrivare a 0°C : più di quanto la lava possa dare. Quindi nessun grammo di ghiaccio fonde, e nel caso ideale tutto finisce sotto 0°C , a circa $-4,7^{\circ}\text{C}$. Per fondere tutto il ghiaccio servirebbero altri $33\,000\text{ kJ}$. Il punto è l'ordine di grandezza: un corpo molto caldo ma leggero contro uno freddo e pesante. La lava vera non è così, perché il contatto non è perfetto e la lava rilascia energia anche quando solidifica; il modello ideale ci dice che cosa permette il bilancio energetico.

La lava può cedere, raffreddandosi fino a 0°C

	1100 kJ
--	---------

Il ghiaccio richiede, solo per arrivare a 0°C

	2100 kJ
--	---------

Figura 12: Il bilancio della lava e del ghiaccio (esercizio 10). Disegnato in scala.

Torniamo al mocktail

(slides 18–19)

All'inizio ci siamo chiesti perché i barman mettono tanto ghiaccio, e quanti cubetti servono perché qualcuno sopravviva. Ora abbiamo gli strumenti. Raffreddandosi fino a 0°C il mocktail può cedere

$$Q_{\text{bevanda}} = 0,20 \times 4200 \times 27 = 22\,680 \text{ J}.$$

Ogni kilogrammo di ghiaccio, per fondere completamente, deve scaldarsi fino a 0°C e poi fondere:

$$2100 \times 18 + 3,3 \times 10^5 = 367\,800 \text{ J/kg}.$$

Quindi la massa di ghiaccio che il mocktail riesce a fondere del tutto è

$$m = \frac{22680}{367800} \approx 0,062 \text{ kg} \approx 62 \text{ g},$$

cioè circa 3,1 cubetti da 20 g. Con tre cubetti (60 g) il ghiaccio fonde tutto e la bevanda arriva a circa $0,6^\circ\text{C}$; con quattro cubetti (80 g) l'energia non basta per fonderli tutti: ne sopravvivono circa 20 g. La risposta è quattro.

C'è però un risultato più interessante del numero. Oltre i quattro cubetti la bevanda cede sempre solo 22 680 J, abbastanza per fondere circa 50–60 g di ghiaccio, qualunque sia il numero di cubetti. I cubetti in più non finiscono nel bicchiere: restano ghiaccio e tengono la bevanda a 0°C finché durano. Con otto cubetti sopravvivono 110 g di ghiaccio e l'acqua di fusione è il 20% della bevanda, meno che con quattro. Ecco la risposta alla domanda iniziale: un barman che mette tanto ghiaccio non ti dà più acqua, ti dà una bevanda più fredda, più a lungo.

Il modello ha dei limiti, e conviene dirli. Descrive quanto è fredda e quanto è annacquata la bevanda all'equilibrio, non la velocità: i cubetti grossi fondono più lentamente perché hanno meno superficie. In un cocktail vero c'è alcol, che abbassa la temperatura di congelamento: per questo siamo partiti da un mocktail.

In sintesi

(slide 20)

Quando la temperatura cambia usiamo $Q = mc\Delta T$; quando lo stato cambia a temperatura costante usiamo $Q = mL$. I calori latenti sono enormi: fondere 1 kg di ghiaccio costa quanto scaldare l'acqua di 79°C , e farla bollire costa 5,5 volte quanto scaldare la stessa acqua da 0°C a 100°C . Per le mescolanze scriviamo $\sum Q = 0$, con $Q = mc(T_{\text{eq}} - T_i)$ per ogni corpo. E ogni volta che c'è del ghiaccio, prima il bilancio, poi l'equazione, e per ultimo il controllo.

Soluzioni

1. $Q = mc \Delta T = 0,25 \times 4200 \times (70 - 20) = 1050 \times 50 = 52\,500 \text{ J} = 52,5 \text{ kJ}$.
2. $Q = mL_f = 0,50 \times 3,3 \times 10^5 = 165\,000 \text{ J} = 165 \text{ kJ}$.
3. $Q = mL_v = 0,10 \times 2,3 \times 10^6 = 230\,000 \text{ J} = 230 \text{ kJ}$. È più dell'energia dell'esercizio 2, per un quinto della massa.
4. Ogni passo richiede l'energia divisa per la potenza, $t = Q/P$.
 - (a) $Q = 0,50 \times 2100 \times 20 = 21\,000 \text{ J}$, quindi $t = 21 \text{ s}$.
 - (b) $Q = 0,50 \times 3,3 \times 10^5 = 165\,000 \text{ J}$, quindi questo passo dura 165 s: totale $21 + 165 = 186 \text{ s}$.
 - (c) $Q = 0,50 \times 4200 \times 100 = 210\,000 \text{ J}$, quindi questo passo dura 210 s: totale $186 + 210 = 396 \text{ s}$.
 - (d) $Q = 0,50 \times 2,3 \times 10^6 = 1\,150\,000 \text{ J}$, quindi questo passo dura 1150 s: totale $396 + 1150 = 1546 \text{ s}$, circa 26 min.

Il grafico è la curva della Figura 2 con il tempo sull'asse orizzontale; i plateau durano 165 s e 1150 s.

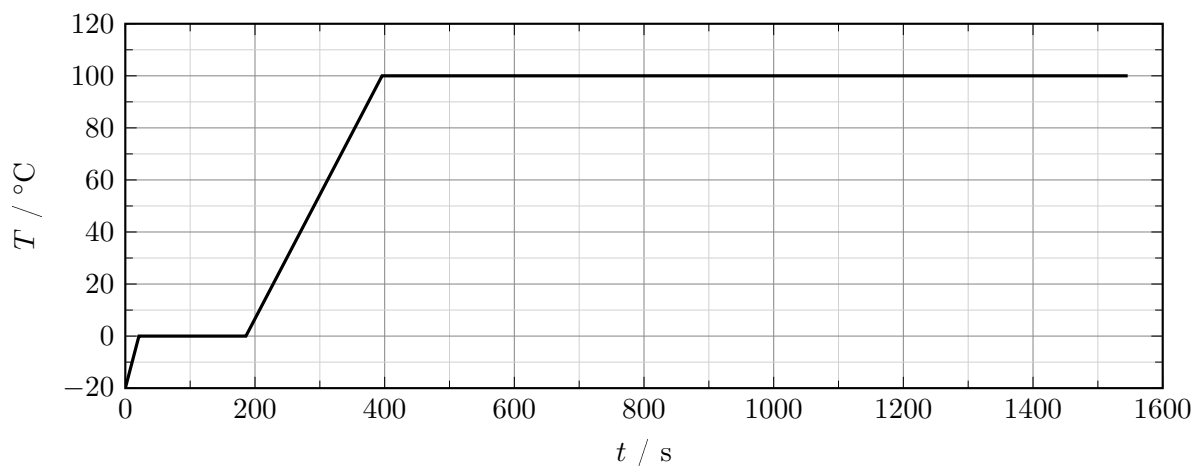


Figura 13: Soluzione dell'esercizio 4: temperatura in funzione del tempo. Disegnata in scala.

5. Vapore: la condensazione cede $0,010 \times 2,3 \times 10^6 = 23\,000 \text{ J}$, poi l'acqua si raffredda da 100°C a 34°C , cedendo $0,010 \times 4200 \times 66 = 2772 \text{ J}$. Totale $25\,772 \text{ J}$. Acqua bollente: solo 2772 J . Il rapporto è $25772/2772 \approx 9,3$: il vapore cede circa nove volte più energia.

6. $\sum Q = 0$ con $Q = mc(T_{\text{eq}} - T_i)$:

$$0,30 c (25 - 100) + 0,50 \times 4200 \times (25 - 20) = 0 \Rightarrow -22,5 c + 10500 = 0.$$

Quindi $c = 10500/22,5 \approx 467 \text{ J}/(\text{kg } ^{\circ}\text{C})$, circa $4,7 \times 10^2 \text{ J}/(\text{kg } ^{\circ}\text{C})$: compatibile con ferro o acciaio (circa 450–500). Abbiamo supposto che non si perda energia verso il contenitore o l'aria.

7. (a) Con acqua a 0°C : $0,20 \times 4200 \times (T_{\text{eq}} - 80) + 0,050 \times 4200 \times (T_{\text{eq}} - 0) = 0$, quindi $0,25 T_{\text{eq}} = 16$ e $T_{\text{eq}} = 64^{\circ}\text{C}$.

(b) Con il ghiaccio: prima il bilancio. Il tè può cedere, raffreddandosi fino a 0°C , $0,20 \times 4200 \times 80 = 67\,200 \text{ J}$; fondere il ghiaccio richiede $0,050 \times 3,3 \times 10^5 = 16\,500 \text{ J}$. Il tè può pagare, quindi

tutto il ghiaccio fonde:

$$0,20 \cdot 4200 (T_{\text{eq}} - 80) + 0,050 \cdot 3,3 \times 10^5 + 0,050 \cdot 4200 T_{\text{eq}} = 0$$

dà $840 T_{\text{eq}} - 67200 + 16500 + 210 T_{\text{eq}} = 0$, quindi $1050 T_{\text{eq}} = 50700$ e $T_{\text{eq}} \approx 48,3^\circ\text{C}$. Il ghiaccio raffredda il tè molto più della stessa massa di acqua fredda, $48,3^\circ\text{C}$ contro 64°C : la differenza è il calore latente.

8. Bilancio: l'acqua può cedere, raffreddandosi fino a 0°C , $0,50 \times 4200 \times 20 = 42\,000$ J. Fondere tutto il ghiaccio richiederebbe $0,40 \times 3,3 \times 10^5 = 132\,000$ J, molto di più. Quindi fonde solo una parte del ghiaccio e $T_{\text{eq}} = 0^\circ\text{C}$. La massa fusa è $42000/3,3 \times 10^5 \approx 0,127$ kg. Alla fine il contenitore contiene circa $0,273$ kg di ghiaccio e $0,50 + 0,127 = 0,627$ kg di acqua, a 0°C .

9. Il vapore condensa, cedendo mL_v , quindi il suo termine in $\sum Q = 0$ è negativo; poi l'acqua che si è formata si raffredda da 100°C a T_{eq} ; il latte si scalda da 5°C a T_{eq} :

$$-0,020 \times 2,3 \times 10^6 + 0,020 \times 4200 (T_{\text{eq}} - 100) + 0,20 \times 4200 (T_{\text{eq}} - 5) = 0,$$

cioè $-46000 + 84 T_{\text{eq}} - 8400 + 840 T_{\text{eq}} - 4200 = 0$, quindi $924 T_{\text{eq}} = 58600$ e $T_{\text{eq}} \approx 63,4^\circ\text{C}$. Controllo: sta tra 5°C e 100°C , quindi tutto il vapore ha condensato. Venti grammi di vapore scaldano il latte di circa 58°C : il calore latente di ebollizione al lavoro.

10. Bilancio: la lava può cedere $1 \times 1000 \times 1100 = 1,1 \times 10^6$ J; il ghiaccio richiede $100 \times 2100 \times 10 = 2,1 \times 10^6$ J solo per arrivare a 0°C . Non basta, quindi nessun grammo di ghiaccio fonde e non c'è alcun termine di fusione:

$$1 \times 1000 (T_{\text{eq}} - 1100) + 100 \times 2100 (T_{\text{eq}} + 10) = 0$$

dà $1000 T_{\text{eq}} - 1100000 + 210000 T_{\text{eq}} + 2100000 = 0$, quindi $211000 T_{\text{eq}} = -1000000$ e $T_{\text{eq}} \approx -4,7^\circ\text{C}$. Controllo: è sotto 0°C , coerente con l'assenza di fusione. Fondere tutto il ghiaccio richiederebbe $100 \times 3,3 \times 10^5 = 3,3 \times 10^7$ J. Ipotesi: contatto perfetto, nessuna perdita di energia, la lava resta liquida (la sua solidificazione è trascurata).