Examination week T1: soluzioni

Punteggio totale 40 punti; la sufficienza è 24 punti (60%), pari ai punti dei salvagenti 🛟. Assegnate i punti domanda per domanda e, nelle domande aperte, voce per voce. Le lettere delle risposte a scelta multipla sono date per le versioni A, B, C: i quesiti sono gli stessi, con le opzioni in ordine diverso.

Domande 1–8 (2 punti ciascuna, salvagenti)

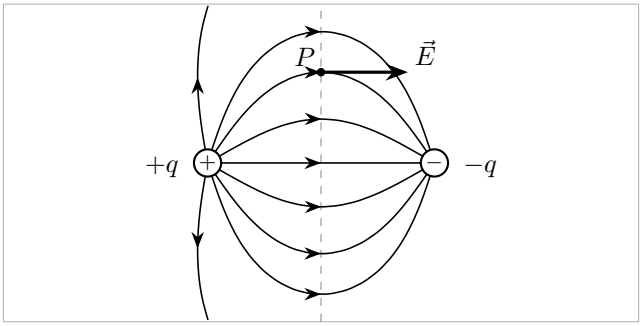
	A	B	C	
1.	**B**	**D**	**C**	$F' = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2^2}F = \frac{F}{8}$
2.	**D**	**A**	**E**	Gauss: $\Phi = Q_{int}/\varepsilon_0 = Q/\varepsilon_0$; la carica esterna non contribuisce al flusso totale e la posizione di $+Q$ dentro il cubo non conta
3.	**A**	**E**	**D**	$E\,d^2$ è costante ($800\cdot 0{,}1^2 = 200\cdot 0{,}2^2 = 50\cdot 0{,}4^2 = 8$): $E \propto 1/d^2$, carica puntiforme
4.	**C**	**B**	**E**	guscio: $Q_{int} = 0$ per $r < R$, quindi $E = 0$; fuori $E \propto 1/r^2$, con un salto in $r = R$
5.	**E**	**B**	**C**	a 180° è $\tau = mB\sin 180° = 0$, ma $U = -mB\cos 180° = +mB$ è massima: equilibrio instabile
6.	**B**	**A**	**E**	le linee di $\vec{B}$ sono chiuse: ogni linea che entra nella sfera ne esce; il polo nord non è una sorgente isolata (non esistono monopoli), quindi $\Phi_B = 0$ (Gauss per $\vec{B}$)
7.	**D**	**C**	**A**	$\Phi_B = BS\cos\theta$ con $\theta = 90° - \alpha$ angolo con la normale: $\Phi_B = BS\sin\alpha$, nullo a 0°, massimo a 90°
8.	**A**	**D**	**E**	$U = -mB\cos\varphi$: $U(60°) = -mB/2$, $U(120°) = +mB/2$, $\Delta U = +mB$

Domande 9–12 (2 punti ciascuna, con calcolo)

	A	B	C	
9.	**D**	**A**	**B**	$E = k\frac{Q}{r^2} = \frac{8{,}99\times 10^9\cdot 6{,}0\times 10^{-9}}{(0{,}20)^2} = 1{,}35\times 10^3\,\mathrm{N/C}$
10.	**B**	**E**	**C**	$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{1{,}8\times 10^{-6}}{2\cdot 8{,}85\times 10^{-12}} = 1{,}02\times 10^5\,\mathrm{N/C}$, indipendente dalla distanza
11.	**E**	**C**	**B**	$S = (0{,}12)^2 = 1{,}44\times 10^{-2}\,\mathrm{m^2}$; $\theta = 90° - 25° = 65°$ con la normale; $\Phi = BS\cos 65° = 4{,}5\times 10^{-2}\cdot 1{,}44\times 10^{-2}\cdot 0{,}423 = 2{,}74\times 10^{-4}\,\mathrm{Wb}$
12.	**C**	**D**	**B**	$mB = 0{,}50\cdot 0{,}030 = 1{,}5\times 10^{-2}\,\mathrm{N\,m}$; $\tau = mB\sin 120° = 1{,}30\times 10^{-2}\,\mathrm{N\,m}$

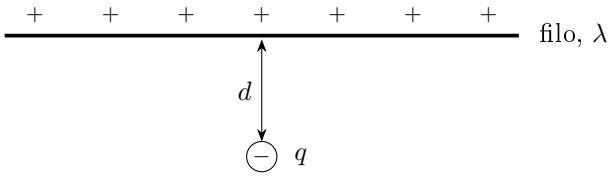
Controllo ed errori frequenti.
9: r in cm non convertito → $1{,}35\times 10^{-1}$ N/C; $1/r$ al posto di $1/r^2$ → $2{,}70\times 10^2$ N/C; valore giusto con l'unità N (campo e forza confusi); $1/\varepsilon_0$ al posto di k → $1{,}69\times 10^4$ N/C. Ragionevolezza: a 20 cm da 6 nC il campo è dell'ordine del migliaio di N/C.
10: manca il 2 → $2{,}03\times 10^5$ N/C; $k\sigma$ → $1{,}62\times 10^4$ N/C; unità N; μ trattato come m → $1{,}02\times 10^2$ N/C. Il 5,0 cm è un dato inutile: per il piano E non dipende da d.
11: 25° usato come angolo con la normale → $5{,}87\times 10^{-4}$ Wb; coseno dimenticato → $6{,}48\times 10^{-4}$ Wb; unità T; $\mathrm{cm^2}$ non convertiti → 2,74 Wb. Ragionevolezza: $\Phi \le BS = 6{,}48\times 10^{-4}$ Wb, ed è minore perché il campo è inclinato.
12: cos al posto di sin → $-7{,}50\times 10^{-3}$, in modulo $7{,}50\times 10^{-3}$ N m; calcolatrice in radianti → $8{,}71\times 10^{-3}$ N m; sin dimenticato → $1{,}50\times 10^{-2}$ N m; mT non convertiti → $1{,}30\times 10^1$ N m. Ragionevolezza: $\tau \le mB = 1{,}5\times 10^{-2}$ N m.

13. (6 punti, salvagente ⚽) (**2**) almeno quattro linee che partono da $+q$ e arrivano in $-q$, senza incroci; (**1**) versi corretti, dal + al −; (**1**) linee simmetriche rispetto all'asse tratteggiato e più fitte vicino alle cariche; (**1**) in P il vettore $\vec{E}$ è parallelo al segmento che unisce le cariche; (**1**) verso da $+q$ a $-q$ (a destra).



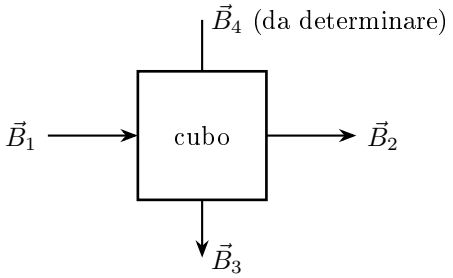
Controllo ed errori frequenti. In P i campi delle due cariche hanno componenti verticali opposte, che si cancellano, e componenti orizzontali concordi: $\vec{E}$ è orizzontale e ha il verso dalla carica positiva alla negativa. Il vettore deve essere tangente alla linea di campo che passa per P. Errori: $\vec{E}$ verticale in P (come per una carica sola); linee che partono da $-q$ o si incrociano; vettore verso sinistra; linee che non toccano $-q$.

14. (5 punti) **(a)** (1 p., salvagente ⚽) Cilindro coassiale al filo, raggio d e lunghezza h: per la simmetria cilindrica $\vec{E}$ è radiale e ha lo stesso modulo in tutti i punti della superficie laterale; sulle basi è parallelo alla superficie, quindi il loro flusso è nullo. Così il flusso si calcola senza integrali.
(b) (2 p.: 1 per la carica, 1 per il flusso) $Q_{int} = \lambda h = 3{,}6 \times 10^{-9} \cdot 1{,}0 = 3{,}6 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$. Gauss: $\Phi = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \dfrac{3{,}6 \times 10^{-9}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 4{,}1 \times 10^{2}\,\mathrm{N\,m^2/C}$.
(c) (2 p.: 1 per E, 1 per forza e verso) Il flusso passa tutto dalla superficie laterale, di area $2\pi d\,h = 2\pi \cdot 0{,}20 \cdot 1{,}0 = 1{,}26\,\mathrm{m^2}$, dove $\vec{E}$ è perpendicolare e costante: $E = \dfrac{\Phi}{2\pi d\,h} = \dfrac{4{,}07 \times 10^{2}}{1{,}26} = 3{,}2 \times 10^{2}\,\mathrm{N/C}$. In lettere: $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d}$, perché h si semplifica. Forza: $F = |q|E = 2{,}0 \times 10^{-9} \cdot 3{,}24 \times 10^{2} = 6{,}5 \times 10^{-7}\,\mathrm{N}$. Il filo è positivo e q è negativa: la forza è *attrattiva*; q è sotto il filo, quindi la forza è diretta *verso l'alto*.



Controllo ed errori frequenti. (b) ε_0 dimenticato, $\Phi = Q_{int}$ o $\Phi = kQ_{int} = 32\,\mathrm{N\,m^2/C}$; carica racchiusa 3,6 nC scritta senza convertire. (c) Area presa come πd^2 (area di una base): $E = 3{,}2 \times 10^{3}\,\mathrm{N/C}$; area sferica $4\pi d^2$: $E = 8{,}1 \times 10^{2}\,\mathrm{N/C}$; dimenticano che il flusso delle basi è nullo e dividono per l'area totale (basi comprese): E troppo piccolo. Verso: la forza su una carica negativa è opposta a $\vec{E}$, e $\vec{E}$ esce dal filo, quindi $\vec{F}$ punta verso il filo. Ragionevolezza: la stessa E si ottiene da $E = \lambda/(2\pi\varepsilon_0 d) = 3{,}24 \times 10^{2}\,\mathrm{N/C}$ per qualsiasi h; $F = |q|E$ è piccola per cariche di nC.

15. (5 punti) **(a)** (1 p., salvagente 🛟) Teorema di Gauss per $\vec{B}$: $\Phi_B = 0$ su ogni superficie chiusa, con la normale uscente (le linee di $\vec{B}$ sono chiuse, non esistono monopoli magnetici). Il cubo è una superficie chiusa, quindi la somma dei sei flussi è nulla.
(b) (2 p.: 1 per i tre flussi con segno, 1 per le facce anteriore e posteriore) $S = \ell^2 = 1{,}0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$ per ogni faccia. Sinistra, $\vec{B}_1$ entra: $\Phi_1 = -B_1 S = -0{,}30\,\mathrm{mWb}$. Destra, $\vec{B}_2$ esce: $\Phi_2 = +B_2 S = +0{,}50\,\mathrm{mWb}$. Inferiore, $\vec{B}_3$ esce: $\Phi_3 = +B_3 S = +0{,}20\,\mathrm{mWb}$. Anteriore e posteriore: $\vec{B}$ parallelo alla faccia, flusso 0. Superiore: Φ_4 incognito.
(c) (2 p.: 1 per l'equazione, 1 per modulo e verso) $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 = 0$, cioè $-0{,}30 + 0{,}50 + 0{,}20 + \Phi_4 = 0$, da cui $\Phi_4 = -0{,}40\,\mathrm{mWb}$. Il flusso è negativo: $\vec{B}_4$ *entra* nel cubo, verso il basso. Modulo $B_4 = |\Phi_4|/S = \dfrac{0{,}40 \times 10^{-3}}{1{,}0 \times 10^{-2}} = 40\,\mathrm{mT}$.



Controllo ed errori frequenti. Verifica: $-0{,}30 + 0{,}50 + 0{,}20 - 0{,}40 = 0$. S si semplifica: con il verso uscente positivo, $B_4 = B_1 - B_2 - B_3 = 30 - 50 - 20 = -40\,\mathrm{mT}$, cioè $40\,\mathrm{mT}$ entrante. Errori: tutti i flussi presi positivi, $\Phi_4 = -1{,}00\,\mathrm{mWb}$ e $B_4 = 100\,\mathrm{mT}$; B_3 preso entrante, $\Phi_4 = 0$ e $B_4 = 0$; flusso non nullo sulle facce anteriore e posteriore, dove $\vec{B}$ è parallelo alla faccia; modulo giusto senza il verso (si perde il secondo punto di (c)).