

Nome _____ Cognome _____ Data ____/____/____

Midterm — Elettrostatica e teorema di Gauss

Versione z

Durata 75 minuti. Punteggio totale: 60 punti. Calcolatrice e formulario (ultima pagina) consentiti. Svolgete su fogli a parte, scrivendo i passaggi; riportate ogni risposta numerica in un riquadro, con unità di misura e 3 cifre significative.

⚡ **Salvagente.** Le parti con il salvagente valgono in tutto 36 punti su 60, cioè il 60%: se le avete svolte tutte, siete a posto.

Parte A — Quiz e concetti

Esercizio 1 — Risposta multipla

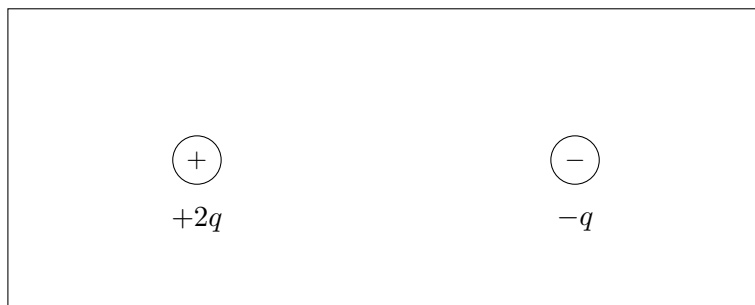
- ⚡ Una sola risposta è corretta. Ogni domanda vale 1 punto, per un totale di 8 punti.
- Una carica puntiforme positiva è al centro di una sfera. Si *triplica* il raggio della sfera. Il flusso attraverso la sfera:
A) resta uguale
B) si riduce a un terzo
C) si riduce a un nono
D) triplica
 - Un'asta isolante carica *negativamente* viene avvicinata, senza toccarla, a una sfera metallica neutra e isolata. La sfera:
A) si carica dello stesso segno dell'asta
B) resta neutra e non risente di forze
C) resta neutra e viene attratta
D) si carica con segno opposto a quello dell'asta
 - Una sfera isolante è carica uniformemente. Si *raddoppia* la distanza dal centro, restando fuori dalla sfera. Il campo elettrico:
A) si dimezza
B) si riduce a un quarto
C) raddoppia
D) resta uguale
 - Un palloncino, strofinato sui capelli, si carica negativamente. Che cosa è successo?
A) ha perso protoni
B) ha acquistato elettroni
C) ha perso elettroni
D) i capelli hanno acquistato elettroni
 - Le linee di campo (*field lines*) del campo elettrico:
A) partono dalle cariche negative
B) sono sempre rette parallele
C) si incrociano dove il campo è intenso
D) sono più fitte dove il campo è più intenso
 - Una superficie chiusa racchiude le cariche $+3q$ e $-3q$. Vicinissima alla superficie, ma all'esterno, c'è una carica $+q$. Il flusso netto attraverso la superficie vale:
A) $3q/\epsilon_0$
B) q/ϵ_0
C) 0
D) $6q/\epsilon_0$
 - Due cariche puntiformi uguali si respingono con una forza F . Si *dimezza* la distanza fra loro. La forza diventa:
A) $4F$
B) $F/2$
C) $2F$
D) $F/4$
 - In un punto P il campo elettrico vale E . Si sostituisce la carica di prova (*test charge*) q_0 con una carica $3q_0$ dello stesso segno. In P:
A) il campo vale E e la forza $3F$
B) il campo vale E e la forza F
C) il campo vale $E/3$ e la forza F
D) il campo vale $3E$ e la forza $3F$

Esercizio 2 — Vero o falso

- ⚡ Scrivete V o F, senza giustificare. Ogni affermazione vale 1 punto, per un totale di 3 punti.
- (a) Se il flusso netto attraverso una superficie chiusa è nullo, allora il campo $\vec{E}$ è nullo in ogni punto della superficie.
 - (b) Il campo di un piano infinito uniformemente carico ha lo stesso modulo a qualunque distanza dal piano.
 - (c) Il flusso netto attraverso una superficie chiusa dipende solo dalla carica netta contenuta al suo interno.

Esercizio 3 — Le linee di campo di due cariche

⚡ Nella figura sono date due cariche puntiformi, $+2q$ e $-q$. Disegnate le linee di campo (*field lines*) del sistema, con il verso: otto linee escono da $+2q$; tracciate anche tutte le linee che arrivano su $-q$. [4 p.]



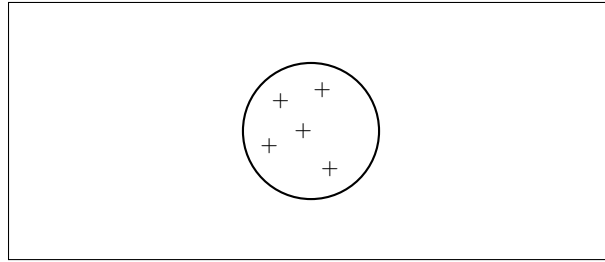
Esercizio 4 — Elettrizzazione

⚡ Una bacchetta di plastica è carica negativamente. Per ciascuna situazione scrivete il tipo di fenomeno (contatto, induzione o polarizzazione) e, dove richiesto, il segno della carica. Ogni risposta vale 1 punto, per un totale di 3 punti.

- (a) La bacchetta tocca una sfera metallica isolata e poi viene allontanata.
Fenomeno: _____ Segno della carica sulla sfera: _____
- (b) La bacchetta viene avvicinata, senza toccarla, alla sfera metallica; si tocca la sfera con un dito; si toglie il dito e solo dopo si allontana la bacchetta.
Fenomeno: _____ Segno della carica sulla sfera: _____
- (c) La bacchetta viene avvicinata a un pezzetto di carta, che ne viene attratto.
Fenomeno: _____

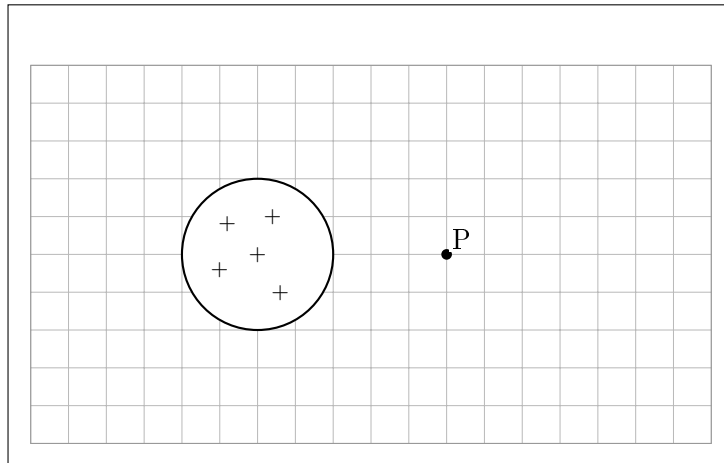
Esercizio 5 — Il campo di una distribuzione

⚡ La figura mostra una sfera isolante carica positivamente, in modo uniforme in tutto il volume. Disegnate le linee di campo (con il verso) generate dalla distribuzione. **[2 p.]**



Esercizio 6 — La superficie gaussiana

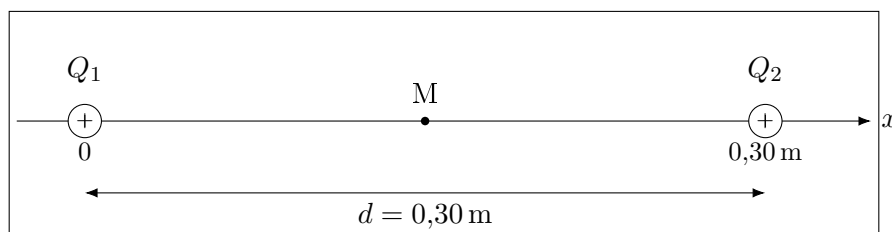
⚡ La figura mostra una sfera isolante carica positivamente in modo uniforme, vista in sezione. Sulla griglia disegnate la superficie gaussiana (*Gaussian surface*) che usereste per calcolare il campo elettrico nel punto P (disegnatela vista di lato, come la distribuzione). **[3 p.]**



Parte B — Problemi

Esercizio 7 — Due cariche su una retta

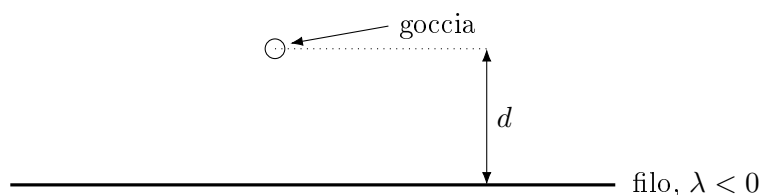
Due cariche puntiformi $Q_1 = +2,0 \mu\text{C}$ e $Q_2 = +8,0 \mu\text{C}$ sono fisse sull'asse x , in $x = 0$ e in $x = 0,30 \text{ m}$. Il punto M è il punto medio del segmento che le unisce.



- (a) Disegnate nella figura, in M, il campo $\vec{E}_1$ dovuto a Q_1 , il campo $\vec{E}_2$ dovuto a Q_2 e il campo totale $\vec{E}_{\text{tot}}$, con lunghezze che rispettino le intensità. [2 p.]
- (b) Scrivete in lettere il modulo della forza di Coulomb fra Q_1 e Q_2 e dite se è attrattiva o repulsiva. [1 p.]
- (c) Esiste un punto P, a distanza s da Q_1 , in cui il campo totale è nullo. Scrivete in lettere l'equazione nell'incognita s che esprime questa condizione (dati: Q_1 , Q_2 , d ; non occorre risolverla) e dite in una riga perché P sta fra le due cariche e non fuori. [2 p.]
- (d) Calcolate il modulo della forza fra le due cariche. [2 p.]
- (e) Calcolate il modulo di $\vec{E}_{\text{tot}}$ in M e indicatene il verso. [2 p.]
- (f) Calcolate la distanza s del punto P da Q_1 . [2 p.]

Esercizio 8 — La goccia sopra il filo

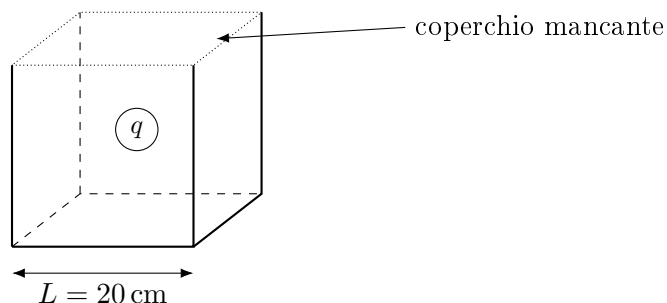
Una gocciolina d'olio sferica, di raggio $r = 0,80 \mu\text{m}$ e densità $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, porta un eccesso di n elettroni e resta ferma, a distanza $d = 5,0 \text{ cm}$ sopra un filo rettilineo orizzontale molto lungo, carico con densità lineare (*linear charge density*) $\lambda = -1,1 \times 10^{-7} \text{ C/m}$.



- (a) Disegnate nella figura le forze che agiscono sulla goccia e il verso del campo elettrico nel punto in cui si trova; motivate in una riga i versi che avete scelto. [2 p.]
- (b) Scrivete la condizione di equilibrio e ricavate in lettere il numero n di elettroni in eccesso in funzione di ρ , r , g , λ , d , e , ε_0 . [2 p.]
- (c) Calcolate il volume, la massa e il peso della goccia. [3 p.]
- (d) Calcolate il modulo del campo elettrico del filo nel punto in cui si trova la goccia. [2 p.]
- (e) Calcolate il numero n di elettroni in eccesso. [3 p.]
- (f) La distanza dal filo raddoppia, a parità di tutto il resto: la goccia sale o scende? [1 p.]
- (g) Se la distanza dal filo è quella raddoppiata di cui al punto (f), quanto vale l'accelerazione iniziale della goccia? Il risultato dipende dalla risposta data in (f). [2 p.]

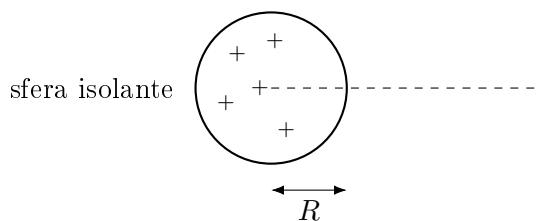
Esercizio 9 — Il teorema di Gauss in due situazioni

Scatola senza coperchio. Una scatola cubica di lato $L = 20\text{ cm}$ è priva del coperchio. Al centro del cubo c'è una carica puntiforme $q = +6,0\text{ nC}$.

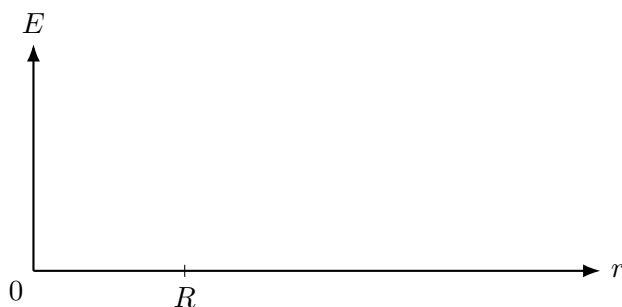


- (a)  Richiudete idealmente la scatola con il coperchio: scrivete in lettere il flusso netto (*net flux*) attraverso la superficie chiusa che si ottiene. [1 p.]
- (b) Calcolate il flusso attraverso il coperchio (le sei facce del cubo sono equivalenti). [2 p.]
- (c) Calcolate il flusso attraverso le cinque facce della scatola aperta. [3 p.]

Sfera uniformemente carica. Una sfera isolante di raggio $R = 30\text{ cm}$ porta una carica $Q = +5,0\text{ nC}$ distribuita uniformemente in tutto il volume.



- (d) Calcolate il modulo del campo a $r = 2R$. [1 p.]
- (e) Calcolate il modulo del campo a $r = R/2$. [2 p.]
- (f)  Rappresentate qualitativamente $E(r)$ da $r = 0$ a $r = 3R$, sugli assi qui sotto, senza valori numerici. [2 p.]



Formulario e costanti

Coulomb	$F = k \frac{ q_1 q_2 }{r^2} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
Campo elettrico	$E = \frac{F}{q_0} \quad F = qE \quad E = k \frac{ Q }{r^2} \text{ (carica puntiforme)}$
Flusso	$\Delta\Phi = E \Delta S \cos\theta \quad \Phi_\Omega = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i$
Teorema di Gauss	$\Phi_\Omega = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$
Filo infinito	$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} = \frac{2k\lambda}{d}$
Piano infinito	$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
Sfera uniforme	$E = \frac{kQr}{R^3} \text{ (} r < R \text{)} \quad E = \frac{kQ}{r^2} \text{ (} r > R \text{)}$
Geometria	$S_{\text{sfera}} = 4\pi r^2 \quad V_{\text{sfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad S_{\text{cilindro, laterale}} = 2\pi r h$
Dinamica	$\rho = \frac{m}{V} \quad P = mg \quad F = ma$

$$k = 8,99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2)$$

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

Prefissi: $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$, $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$, $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$.